

Μαθηματικά Γ΄ Τάξης Γυμνασίου

ΔΙΔΑΚΤΕΑ ΥΛΗ-ΟΔΗΓΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Από το βιβλίο «Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου» των Δημητρίου Αργυράκη, Παναγιώτη Βουργάνα, Κωνσταντίνου Μεντή, Σταματούλας Τσικοπούλου, Μιχαήλ Χρυσοβέργη.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 1^ο: ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

- 1.1 Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς (επαναλήψεις – συμπληρώσεις)
 - Β. Δυνάμεις πραγματικών αριθμών
 - Γ. Τετραγωνική ρίζα πραγματικού αριθμού
- 1.2 Μονώνυμα – Πράξεις με μονώνυμα
 - Α. Αλγεβρικές παραστάσεις – Μονώνυμα
 - Β. Πράξεις με μονώνυμα
- 1.3 Πολυώνυμα – Πρόσθεση και Αφαίρεση πολυωνύμων
- 1.4 Πολλαπλασιασμός πολυωνύμων
- 1.5 Αξιοσημείωτες ταυτότητες [χωρίς τις υποπαραγράφους: ε) «Διαφορά κύβων – Άθροισμα κύβων»]
- 1.6 Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων [(χωρίς την υποπαραγράφο: «δ) Διαφορά – άθροισμα κύβων») και στ) «Παραγοντοποίηση τριωνύμου της μορφής $x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$ »].
- 1.8 Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων
- 1.9 Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις
- 1.10 Πράξεις ρητών παραστάσεων
 - Α. Πολλαπλασιασμός – Διάρθρωση ρητών παραστάσεων
 - Β. Πρόσθεση – Αφαίρεση ρητών παραστάσεων

Κεφ. 2^ο: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

- 2.1 Η εξίσωση $ax + b = 0$
- 2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού
 - Α. Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων
 - Β. Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με τη βοήθεια τύπου.
- 2.3 Προβλήματα εξισώσεων δευτέρου βαθμού
- 2.5 Ανισότητες – Ανισώσεις μ' έναν άγνωστο
 - Β. Ιδιότητες της διάταξης
 - Γ. Ανισώσεις πρώτου βαθμού μ' έναν άγνωστο

Κεφ. 3^ο: ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

- 3.1 Η έννοια της γραμμικής εξίσωσης
- 3.2 Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυσή του
- 3.3 Αλγεβρική επίλυση γραμμικού συστήματος

Κεφ. 5^ο: ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

- 5.1 Σύνολα (χωρίς την υποπαραγράφο: «Πράξεις με σύνολα», και την εφαρμογή 2))
- 5.2 Δειγματικός χώρος – Ενδεχόμενα (χωρίς την υποπαραγράφο: «Πράξεις με ενδεχόμενα» και χωρίς τα «ασυμβίβαστα ενδεχόμενα»)).
- 5.3 Έννοια της πιθανότητας (χωρίς την υποπαραγράφο: «Βασικοί κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων»)

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφ. 1^ο: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

- 1.1 Ισότητα τριγώνων
- 1.2 Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων

- 1.3 Θεώρημα Θαλή.
1.5 Ομοιότητα
Α. Όμοια πολύγωνα
Β. Όμοια τρίγωνα (χωρίς την αιτιολόγηση του κριτηρίου ομοιότητας δύο τριγώνων στη σελίδα 220).

Κεφ. 2^ο: ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

- 2.1 Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας ω με $0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$.
2.2 Τριγωνομετρικοί αριθμοί παραπληρωματικών γωνιών
2.3 Σχέσεις μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας
2.4 Νόμος των ημιτόνων – Νόμος των συνημιτόνων.

II. Διαχείριση Διδακτέας ύλης

Οι παρακάτω οδηγίες έχουν στόχο να παρουσιάσουν κάποιες σημαντικές πλευρές για κάθε ενότητα και έτσι να υποστηρίξουν τον εκπαιδευτικό ώστε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του και να επιλέξει υλικό. Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κλπ. Οι δραστηριότητες που περιέχονται είναι ενδεικτικές και προέρχονται από το πρόγραμμα σπουδών για το γυμνάσιο και τον οδηγό του εκπαιδευτικού τα οποία είναι συμπληρωματικά προς τα ισχύοντα και μπορούν να ανακτηθούν από τον ιστότοπο του ψηφιακού σχολείου: <http://ebooks.edu.gr/new/ps.php>.

Ταυτόχρονα κατεβλήθη προσπάθεια οι οδηγίες να εξειδικευθούν **ανά παράγραφο** με συγκεκριμένες διδακτικές προτάσεις που λαμβάνουν υπόψη τη συνοχή και εξέλιξη των διδασκόμενων εννοιών και μεθόδων, την ανάδειξη των σημαντικών ιδεών καθώς και τη διδακτική πρακτική.

Τέλος, επισημαίνεται ότι η **παράλειψη** κεφαλαίων ή εννοιών που περιλαμβάνονται στη διδακτέα ύλη θα πρέπει να αποφεύγεται.

Ειδικά για το σχολικό έτος 2020-21, λόγω των ειδικών συνθηκών που διαμορφώθηκαν κατά το προηγούμενο σχολικό έτος (πανδημία Covid-19), προτείνονται τα παρακάτω:

Ο/η εκπαιδευτικός θα πρέπει να λάβει υπόψη του ότι θα χρειαστεί να αφιερώσει εύλογο χρόνο ώστε να καλύψει έννοιες και κενά των μαθητών/τριών του που έχουν πιθανόν προκύψει από το προηγούμενο σχολικό έτος. Τα σημεία που χρειάζεται επιπλέον χρόνος και συζήτηση στην τάξη μπορεί να είναι διαφορετικά για κάθε μαθητή. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να ανιχνεύει αυτές τις ανάγκες, τόσο στην αρχή του έτους όσο και κατά τη διάρκειά του, και να αναλαμβάνει τις ανάλογες πρωτοβουλίες. Γενικά, για τη Γ' Γυμνασίου, είναι περισσότερο πιθανό να υπάρχει τέτοια ανάγκη:

- σχετικά με τις συναρτήσεις (έννοιες σχετικές με τις συναρτήσεις, ευθεία, υπερβολή)
- στις εγγεγραμμένες γωνίες και τη μέτρηση του κύκλου
- στη μέτρηση στερεών (όγκοι και εμβαδά)

Για την αντιμετώπιση τέτοιων αναγκών προτείνεται να αφιερώνεται χρόνος όπου χρειάζεται. Παραδείγματα:

- Για τις ανάγκες της εφαρμογής 3 της παρ. 1.2B του Α μέρους που χρειάζεται ο όγκος κυλίνδρου, μπορεί να αφιερωθούν 2 διδακτικές ώρες, προκειμένου να συζητηθούν τα πρίσματα και οι κύλινδροι και η μέτρησή τους. Αυτή η συζήτηση θα αξιοποιηθεί και σε άλλες περιπτώσεις που χρειάζεται ο υπολογισμός όγκων.
- Στο πλαίσιο της διδασκαλίας της γραμμικής εξίσωσης μπορεί να αφιερωθούν επιπλέον 2-4 ώρες για να συζητηθούν έννοιες σχετικές με τις συναρτήσεις και την ευθεία ως συνάρτηση.
- Με αφορμή την εφαρμογή 3 της παραγράφου 1.2A ή την ερώτηση κατανόησης 9 της παρ. 1.6 (Παραγοντοποίηση) μπορεί να αφιερωθεί 1 διδακτική ώρα για να συζητηθεί το εμβαδόν και το μήκος κύκλου.
- Για τη συζήτηση της εφαρμογής 1 της παρ. 1.5 (Ομοιότητα) του Β μέρους, μπορεί να αφιερωθεί 1 διδακτική ώρα προκειμένου να συζητηθούν έννοιες και χαρακτηριστικά των κανονικών πολυγώνων

Κατά τα λοιπά, ισχύουν οι παρακάτω οδηγίες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφάλαιο 1^ο (Να διατεθούν 31 ώρες)

Με τις επιμέρους προτάσεις ανά ενότητα γίνεται προσπάθεια να αποφευχθεί ο υπερβολικά δύσκολος αλγεβρικός χειρισμός σε βάρος της κατανόησης.

§1.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)

Ο χαρακτήρας της παραγράφου είναι επαναληπτικός. Προτεραιότητα πρέπει να δοθεί σε ερωτήσεις κατανόησης και ασκήσεις εννοιολογικού και υπολογιστικού περιεχομένου και όχι σε ασκήσεις αλγοριθμικού προσανατολισμού με αυξημένη δυσκολία.

Επειδή ο λογισμός με ρίζες δεν είναι αυτοσκοπός, να μη διδαχθούν η εφαρμογή 1 (όσον αφορά τη γενίκευση της $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$), η εφαρμογή 3 (σελ. 21) (μετατροπή κλάσματος σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή) και οι ασκήσεις 6 και 8 (σελ. 24). Επιπλέον προτείνεται η αποφυγή ασκήσεων που απαιτούν ευχέρεια στο λογισμό με ρίζες, όπως οι 2δ), 3 και 7 (σελ. 23, 24)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Παραδείγματα 1, 2 σ. 14.
- Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 15.
- Ασκήσεις 1, 4 σ. 16-17
- Παραδείγματα 1, 2 σ. 17
- Παράδειγμα 3 σ. 18
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2 σ. 18
- Να δοθούν επιλεκτικά ερωτήματα από τις ασκήσεις 1, 2, 3 σ. 19.
- Δραστηριότητα σ. 20
- Παράδειγμα 2 σ. 21
- Παράδειγμα 4 σ. 22
- Ερωτήσεις κατανόησης 3, 4 σ. 22-23
- Άσκηση 2 α) β) σ. 23 &
- Ασκήσεις 7 & 11 σ. 24 (η άσκηση 11 συνδέει γεωμετρικές και αλγεβρικές έννοιες).

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Η Μαρία υπολόγισε το γινόμενο $\sqrt{3} \cdot \sqrt{75}$ και το βρήκε 15. Ο Γιάννης ισχυρίστηκε ότι δεν μπορεί το αποτέλεσμα να είναι ακέραιος. Πώς νομίζετε ότι οδηγήθηκε ο Γιάννης σε αυτό συμπέρασμα; Συμφωνείτε με το Γιάννη ή με τη Μαρία και γιατί;

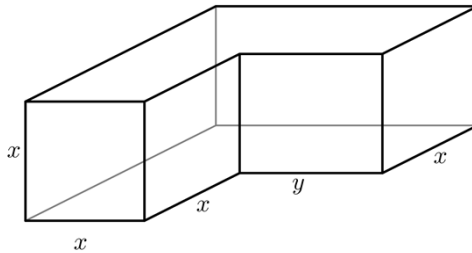
[Σχόλιο: Μια πιθανή πορεία της διερεύνησης των μαθητών περιλαμβάνει: αναζήτηση από τους μαθητές ερμηνειών για τις απόψεις που περιγράφονται στο σενάριο, εικασία για την ιδιότητα που ίσως ισχύει και διερεύνηση με παραδείγματα, ανάδειξη της ανάγκης μιας γενικής απόδειξης της ιδιότητας και δημιουργία της απόδειξης. Προτείνεται ο εκπαιδευτικός να επιλέξει το ρόλο του συντονιστή της συζήτησης, αφήνοντας χρόνο στους μαθητές να αναπτύξουν πρωτοβουλίες. Επεκτάσεις αυτής της πορείας θα μπορούσε να είναι η διερεύνηση του αν ισχύουν αντίστοιχες ιδιότητες για το άθροισμα, τη διαφορά και το πηλίκο αριθμών. Αυτή η διερεύνηση δίνει τη δυνατότητα να συζητηθούν η έννοια και ο ρόλος της αλγεβρικής απόδειξης και του αντιπαραδείγματος. Με αφορμή αυτό το πρόβλημα μπορούν να αναδειχθούν τα μειονεκτήματα της χρήσης υπολογιστή τσέπης και η αξία των ιδιοτήτων των ριζών (αφού, ο πολλαπλασιασμός $\sqrt{3} \cdot \sqrt{75}$ με το κομπιουτεράκι μπορεί να μη δώσει το σωστό αποτέλεσμα 15, λόγω προσεγγίσεων)]

§§1.2, 1.3 και 1.4 (Να διατεθούν 6 ώρες)

Κατά την διδασκαλία των παραγράφων αυτών οι έννοιες θα προσεγγιστούν περιγραφικά και με παραδείγματα.

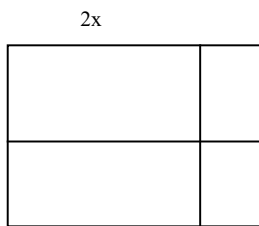
ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

Δραστηριότητα 1 η οποία μπορεί να εμπλουτιστεί με την έκφραση του όγκου στο παρακάτω στερεό:



- Παραδείγματα 1, 3 σ. 26-27
- Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 28
- Ασκήσεις 6, 7 σ. 29
- Παραδείγματα 1, 3 σ. 31
- Ασκήσεις 1, 5, 6 σ. 32
- Παραδείγματα 1, 2 σ. 34-35. Σημειώνεται ότι η έννοια της ισότητας πολυωνύμων διδάσκεται για λόγους πληρότητας και δεν προσφέρεται για επίλυση.
- Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 36
- Ασκήσεις 3, 5, 6 σ. 36-37
- Παράδειγμα 1 σ. 39
- Ασκήσεις 1, 4, 7 σ. 41

Ενδεικτική δραστηριότητα:



Υπολογίστε το γινόμενο $(2x+4)(x+5)$,
 α) χρησιμοποιώντας το διπλανό σχήμα,
 β) χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα.
 Πώς σχετίζονται μεταξύ τους τα βήματα των δύο διαδικασιών;
 [Σχόλιο: Το γεωμετρικό πλαίσιο μπορεί να υποστηρίξει την κατανόηση της χρήσης της επιμεριστικής ιδιότητας στον πολλαπλασιασμό πολυωνύμων. Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η δημιουργία συνδέσεων μεταξύ της επιμεριστικής ιδιότητας και εικονικών (γεωμετρικών) αναπαραστάσεων.]

§1.5 (Να διατεθούν 7 ώρες)

Δεν θα διδαχθεί η υποπαράγραφος ε) της σ. 44.

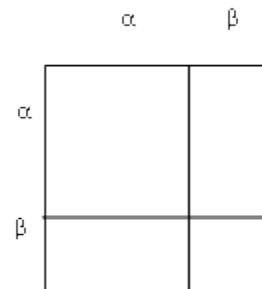
ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Παραδείγματα 1, 3 σ. 45
- Η διδασκαλία ή μη του παραδείγματος 7 σ. 47 επαφίεται στην κρίση του διδάσκοντος.
- Ασκήσεις 2, 6 σ. 49. Επίσης προτείνεται να γίνει επιλογή από τις ασκήσεις 13, 15, 16 της σ. 50.
- Το τρίγωνο του Pascal (σ. 51) μπορεί να γίνει ως δραστηριότητα στην τάξη ή να αποτελέσει διερευνητική δραστηριότητα εκτός αυτής.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1^η:

- α) Ποια σχέση νομίζετε ότι έχουν οι παραστάσεις $(\alpha+\beta)^2$ και $\alpha^2+\beta^2$; Είναι ίσες ή άνισες; Με ποιο τρόπο μπορείτε να το διαπιστώσετε;
- β) Χρησιμοποιήστε το διπλανό σχήμα, για να υπολογίσετε το $(\alpha+\beta)^2$.
- γ) Διερευνήστε αν μπορεί ποτέ να ισχύει ο ισχυρισμός που κάνατε στο πρώτο ερώτημα.

[Σχόλιο: Η πρώτη ερώτηση, με αναμενόμενη την απάντηση $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$ έχει στόχο τη δημιουργία σύγκρουσης ανάμεσα



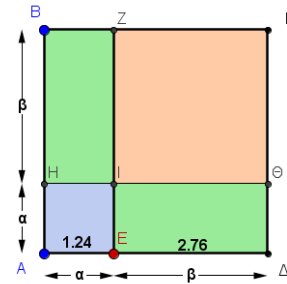
σε αυτό που ίσως φαίνεται λογικό στους μαθητές και στα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη δοκιμή συγκεκριμένων αριθμών (για να γίνει αυτό, το σχήμα δεν πρέπει να δίνεται στο α ερώτημα). Η ώθηση των μαθητών σε τέτοιου είδους συγκρούσεις είναι συχνά χρήσιμη για

το πέρασμα από τις διαισθητικές αντιλήψεις σε πιο συστηματικές διερευνήσεις και επιχειρηματολογίες. Η αναγνώριση της εικασίας ως εσφαλμένης, ακολουθείται με ένα πλαίσιο (γεωμετρικό) για τη βελτίωσή της και συγχρόνως την παροχή μιας απόδειξης, έστω κι αν αυτή περιορίζεται σε θετικές τιμές των μεταβλητών. Η διερεύνηση του τρίτου ερωτήματος (με δεδομένη την απάντηση του α ερωτήματος όπως περιγράφεται παραπάνω) μπορεί να συμβάλει στην κατανόηση του λάθους αλλά και σε μια διερεύνηση των συνθηκών κάτω από τις οποίες αυτό γίνεται σωστό. Επέκταση της δραστηριότητας θα μπορούσε να είναι η ανάδειξη των περιορισμών της γεωμετρικής απόδειξης και η αναζήτηση κάποιου τρόπου να αποφανθούμε για την ισχύ της σχέσης για κάθε αριθμό (θετικό ή αρνητικό). Αυτή η γενίκευση οδηγεί στην έννοια της ταυτότητας και στην αλγεβρική απόδειξή της.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2^η:

Το μικροπείραμα «Το ανάπτυγμα της ταυτότητας $(\alpha+\beta)^2$ » από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη γεωμετρική και αλγεβρική απόδειξη της ταυτότητας $(\alpha+\beta)^2$ μέσω της σύνδεσης αλγεβρικών και γεωμετρικών οντοτήτων. Οι μαθητές ανακαλύπτουν σταδιακά το αλγεβρικά ισοδύναμο ανάπτυγμα του τετραγώνου του αθροίσματος δυο όρων με τη βοήθεια δυναμικού χειρισμού κατάλληλων σχημάτων, επαληθεύουν με αριθμητικά παραδείγματα την εικασία τους και την αποδεικνύουν αλγεβρικά.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1890>



§1.6 (Να διατεθούν 7 ώρες)

Εξαιρούνται από την διδασκαλία η υποπαράγραφος δ) σ. 56, το πρώτο παράδειγμα αυτής της σελίδας και η υποπαράγραφος στ) της σελίδας 57.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Να γίνει αναφορά στην ιδιότητα ότι το γινόμενο δύο πραγματικών αριθμών είναι μηδέν αν και μόνο αν κάποιος από αυτούς (ή και οι δύο) είναι μηδέν. Στη συνέχεια ως δραστηριότητα να δοθεί για επίλυση η εξίσωση $x(x+1)(x-1)=0$ Κατόπιν να ζητηθεί η απόδειξη της $x(x+1)(x-1)=x^3-x$ και τέλος να ζητηθεί η επίλυση της εξίσωσης $x^3-x=0$ Στη συνέχεια να τονιστεί ότι σκοπός του της παραγράφου είναι η μετατροπή αθροισμάτων όπως το x^3-x σε γινόμενα.
- Ερωτήσεις κατανόησης 5, 10 σ. 59-60. Να μην διδαχθούν οι 6, 7 σ. 59-60.
- Από τις ασκήσεις της σ. 61 να μην διδαχθούν οι 12, 13, 14 και προτείνεται να γίνει από τον διδάσκοντα επιλογή κάποιων ερωτημάτων από τις υπόλοιπες.

§§1.8 και 1.9 (Να διατεθούν 3 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Από την §1.8 θα διδαχθεί μόνο η έννοια του ελαχίστου κοινού πολλαπλασίου μέσω της δραστηριότητας της σελίδας 68 και των παραδειγμάτων 1, 2 σ. 69. Προτείνεται να μην γίνουν άλλες ασκήσεις στο ΕΚΠ.
- Σημειώνεται ότι η διδασκαλία της έννοιας του μέγιστου κοινού διαιρέτη μπορεί να παραλειφθεί χωρίς να δημιουργήσει προβλήματα αφού οι απλοποιήσεις μπορούν να γίνονται με παραγοντοποίηση. Σε κάθε περίπτωση η έννοια του ΜΚΔ δεν αποτελεί αντικείμενο εξέτασης.
- Δραστηριότητα σ. 71
- Εφαρμογές 1, 2 (μόνο τα ερωτήματα α) β) και όχι το γ)) σ. 72.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2 σ. 73.
- Ασκήσεις 1, 2, 3 (χωρίς το ερώτημα η)) σ. 74.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

- α) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς 60 και 225 και να βρείτε το ΕΚΠ τους.
- β) Με τον ίδιο τρόπο, να βρείτε το ΕΚΠ:

I) των μονωνύμων $6x^2y$ και $9xy^3$ II) των πολωνύμων $x^2 - 1$ και $x^2 + x$.

[Σχόλιο: Μέσα από αυτή τη δραστηριότητα επιδιώκεται η διερεύνηση της έννοιας του ΕΚΠ μονώνυμων και απλών πολωνύμων και ανάπτυξη στρατηγικών υπολογισμού του. Η ανάδειξη των αναλογιών με την ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και το ΕΚΠ φυσικών έχει στόχο την απόδοση νοήματος στους αλγόριθμους της παραγοντοποίησης και του ΕΚΠ πολωνύμων. Οι μαθητές μπορούν να οδηγηθούν στη διατύπωση του κανόνα εύρεσης του ΕΚΠ μέσα από προσπάθειες και βελτιώσεις. Η αναζήτηση αιτιολογήσεων του κανόνα είναι χρήσιμη και μπορεί να γίνει πρώτα για τους φυσικούς και να επεκταθεί στα μονώνυμα και στα πολώνυμα.]

§1.10 (Να διατεθούν 5 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 75
- Παραδείγματα 1, 2 (μόνο το ερώτημα β)) σ. 76
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2 σ. 77
- Από τις ασκήσεις της σ. 77 προτείνονται οι 1 (β), δ), στ)), 2 (α β)), 3 (α, β)), 4 (α β))
- Δραστηριότητα σ. 78
- Παράδειγμα 1 σ. 79
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2 σ. 80.
- Από τις ασκήσεις σ. 80-81 προτείνονται οι 1 (α γ δ)), 2 (α, γ)), 3 (α, δ)), 4 α).

Κεφάλαιο 2^ο (Να διατεθούν 15 ώρες)

Οι μαθητές έχουν διδαχθεί τις εξισώσεις 1^{ου} βαθμού και τις έχουν χρησιμοποιήσει στη λύση προβλημάτων. Επίσης έχουν αντιμετωπίσει εξισώσεις της μορφής $x^2 = a$ στο 2^ο κεφάλαιο της Β' Γυμνασίου. Το υπόλοιπο περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι νέο και συνδέεται με το προηγούμενο κεφάλαιο.

§§2.1 και 2.2 (Να διατεθούν 8 ώρες)

Η υπενθύμιση των εξισώσεων 1^{ου} βαθμού θα γίνει μέσω παραδειγμάτων.

Σκοπός της διδασκαλίας των παραγράφων είναι

- A) Υπενθύμιση των πρωτοβαθμίων εξισώσεων.
 B) Η σύνδεση τους με τις δευτεροβάθμιες εξισώσεις μέσω της παραγοντοποίησης και η τελική τους επίλυση.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δεν χρειάζεται να γίνουν ασκήσεις στην επίλυση πρωτοβαθμίων εξισώσεων και η παράγραφος δεν αποτελεί μεμονωμένα αντικείμενο εξέτασης.
- Η απόδειξη του τύπου για την δευτεροβάθμια εξίσωση μπορεί να γίνει κατά την κρίση του διδάσκοντα χωρίς να αποτελεί αντικείμενο εξέτασης.
- Θα γίνουν τα παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 95. Ειδικά για τα ερωτήματα α) β) του παραδείγματος 1 προτείνεται να είναι να συζητηθεί και η δυνατότητα επίλυσης με παραγοντοποίηση και να συγκριθούν οι μέθοδοι. Μέσω αυτής της συζήτησης επιδιώκεται να αναδειχθεί η λειτουργικότητα της παραγοντοποίησης πολωνύμων. Στο παράδειγμα 2 α) να επισημανθεί ότι η χρήση της ταυτότητας διαφοράς τετραγώνων δεν μπορεί να δώσει απάντηση.
- Στην υποπαράγραφο παραγοντοποίηση τριωνύμου να χρησιμοποιηθεί το παράδειγμα της σ. 96
- Ασκήσεις 3, 4, 6 σ. 97

Ενδεικτική δραστηριότητα 1^η:

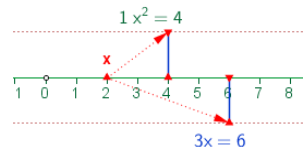
Παρατηρήστε ότι $1^3=1$, δηλαδή ότι ο κύβος του 1 ισούται με το 1. Μπορείτε να βρείτε όλους τους αριθμούς που έχουν αυτή την ιδιότητα, δηλαδή ο κύβος του αριθμού να είναι ίσος με τον ίδιο τον αριθμό; Πόσοι τέτοιοι αριθμοί υπάρχουν;

[Σχόλιο: Είναι ένα μαθηματικό πρόβλημα που οδηγεί στη διατύπωση μιας πολωνυμικής εξίσωσης και την επίλυσή της με παραγοντοποίηση. Μια διερεύνηση των μαθητών με δοκιμές είναι πιθανόν να οδηγήσει σε κάποιες λύσεις (πχ. στο 0 και το 1) αλλά όχι σε όλες. Αυτή η

δυσκολία μπορεί να λειτουργήσει ως αφορμή ώστε να αναδειχτεί η σημασία της επίλυσης μιας εξίσωσης μέσω αλγεβρικού μετασχηματισμού για την εύρεση όλων των λύσεων της.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2^η:

Η επίλυση της εξίσωσης $ax^2+bx=0$ μπορεί να υποστηριχτεί και με το μικροπείραμα «Επίλυση εξισώσεων της μορφής $ax^2+bx=0$, με $a \neq 0$ » από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την κατανόηση και εξάσκηση αλγεβρικής και γραφικής προσέγγισης των λύσεων μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού (ειδική μορφή: $\gamma=0$).



<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2130>

Ενδεικτική δραστηριότητα 3^η:

Σχεδιάστε με λογισμικό (πχ. Geogebra) τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y=x^3+2x^2$ και $y=2x^2+x$. Σημειώστε στη γραφική παράσταση το ή τα κοινά σημεία τους. Αν υποθέσουμε ότι ένα κοινό σημείο είναι το Α, να ερμηνεύσετε τις συντεταγμένες του σε σχέση με τους τύπους των δύο συναρτήσεων. Προσδιορίστε τις συντεταγμένες του κοινού ή των κοινών τους σημείων (α) από τις γραφικές παραστάσεις και (β) αλγεβρικά με χρήση των τύπων των δύο συναρτήσεων.

[Σχόλιο: Οι στόχοι της δραστηριότητας είναι α) η σύνδεση των πολυωνυμικών εξισώσεων και των αλγεβρικών μεθόδων επίλυσής τους με την γραφική αναπαράστασή τους και β) η αναγνώριση της λύσης της εξίσωσης ως τετμημένης του κοινού σημείου (ή των κοινών σημείων).]

§2.3 (Να διατεθεί 2 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Πρόβλημα 1 σ. 99
- Ως παράδειγμα να γίνει η άσκηση 12 σ. 102
- Ασκήσεις 3, 4, 6, 7 σ. 101

§2.5 (Να διατεθούν 5 ώρες)

- Η §2.5.Α (διάταξη) δεν θα διδαχτεί.
- Από την §2.5.Β θα διδαχτούν μόνο εκείνες οι ιδιότητες που χρησιμοποιούνται στην επίλυση ανισώσεων πρώτου βαθμού (δηλαδή η α), η β) και η γ)). Αυτές οι ιδιότητες θα πρέπει να συζητηθούν διαισθητικά και χωρίς την απόδειξη του σχολικού βιβλίου.
- Η §2.5.Γ θα διδαχτεί εξολοκλήρου.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό, ότι η διδασκαλία της §2.5 περιορίζεται μόνο στις ανισώσεις πρώτου βαθμού. Η έννοια της διάταξης και οι ασκήσεις που αναφέρονται στη διάταξη και τις ιδιότητές της δεν περιλαμβάνονται στη διδακτέα ύλη. Εξάλλου, αυτές οι έννοιες θα διαπραγματευθούν διεξοδικά στην επόμενη τάξη.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΑΝΑ ΥΠΟΠΑΡΑΓΡΑΦΟ

2.5 Β: Θα διδαχθούν οι ιδιότητες των ανισοτήτων με παραδείγματα. Στη συνέχεια μπορούν να συζητηθούν στην τάξη με αιτιολόγηση τα παρακάτω:

Αν έχουμε:	Προκύπτει ότι:
$\alpha > 2$	$2\alpha > 4$
$\alpha > 3$	$\alpha - 2 > 1$
$t > 7$	$t - 1 > 6$
$t > 7$	$t + 1 > 8$
$\omega \geq 7$	$\omega > 6$
$m > 7$	$m \geq 7$
$\xi < 2$	$2\xi < 4$
$\lambda > -1$	$\lambda + 1 > 0$
$1 < x < 3$ $2 < y < 5$	$-4 < x - y < 1$

2.5 Γ: Να γίνει το παράδειγμα της σ. 113

- Ασκήσεις 16 α) β) γ) σ. 117

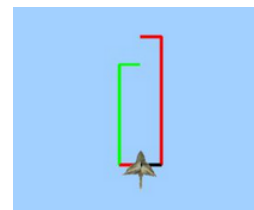
Ενδεικτική δραστηριότητα 1^η:

Το εισιτήριο εισόδου σε ένα χιονοδρομικό κέντρο στοιχίζει €7 και συμπεριλαμβάνει την ενοίκιαση του εξοπλισμού. Στην περίπτωση που ο επισκέπτης χρησιμοποιήσει δικό του εξοπλισμό, τότε το εισιτήριο εισόδου είναι €4. Αν το κόστος αγοράς του εξοπλισμού είναι €75, πόσες φορές θα πρέπει να επισκεφθεί το ίδιο άτομο το χιονοδρομικό κέντρο, ώστε να είναι συμφέρουσα η αγορά του εξοπλισμού;

[Σχόλιο: Πρόκειται για ένα ρεαλιστικό πρόβλημα που κάποιος εξοικειωμένος λύτης πιθανόν να το λύσει χρησιμοποιώντας ανίσωση πρώτου βαθμού. Ωστόσο, μπορεί να επιλεγούν από τους μαθητές άλλοι ισοδύναμοι τρόποι λύσης (αριθμητικά με πίνακες τιμών ή γραφικά με χρήση δύο συναρτήσεων). Ακόμη και μια λύση με δοκιμές θα μπορούσε να αξιοποιηθεί για να οδηγηθούν οι μαθητές σε περισσότερο συστηματικές μεθόδους διερεύνησης, όπως έναν πίνακα τιμών και μια γραφική παράσταση. Ο στόχος σε κάθε περίπτωση είναι η μοντελοποίηση του προβλήματος και η ανάδειξη των πλεονεκτημάτων κάθε μεθόδου επίλυσης.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2^η:

Προτείνεται να χρησιμοποιηθεί το μικροπείραμα «Γεωμετρική επίλυση ανίσωσης» από το Φωτόδεντρο, για την εισαγωγή και εξάσκηση στην έννοια της ανίσωσης και τη γεωμετρική και αλγεβρική επίλυσή της με τη βοήθεια ενός γεωμετρικού μοντέλου, που απεικονίζει ένα κουτί. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων συμβολικής έκφρασης μέσω του προγραμματισμού (Χελωνόσφαιρα).



<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9626>

Κεφάλαιο 3^ο (Να διατεθούν 9 ώρες)

Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι εξολοκλήρου νέο για τους μαθητές.

Γενικά για τα συστήματα προτείνεται: α) να χρησιμοποιούνται τόσο οι γραφικές όσο και οι αλγεβρικές μέθοδοι, β) να δίνεται έμφαση σε προβλήματα.

Όλα τα παραπάνω (και όχι μόνο οι αλγεβρικές μέθοδοι) συνιστάται να αποτελούν αντικείμενο εξέτασης.

§3.1 (Να διατεθούν 3 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

Οι μαθητές γνωρίζουν από την Β΄ τάξη ότι η εξίσωση $y=ax+b$, στην οποία θα στηριχθεί ή διδασκαλία της παραγράφου, παριστάνει ευθεία.

- Δραστηριότητα σ. 122
- Παραδείγματα 1, 2 σ. 125 (που περιλαμβάνει αξιοποίηση της ιδιότητα ένα σημείο να ανήκει σε ευθεία και κατάστρωση-επίλυση εξίσωσης).
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 3, 4, 5 σ. 126
- Ασκήσεις 1, 3, 8 σελ. 127

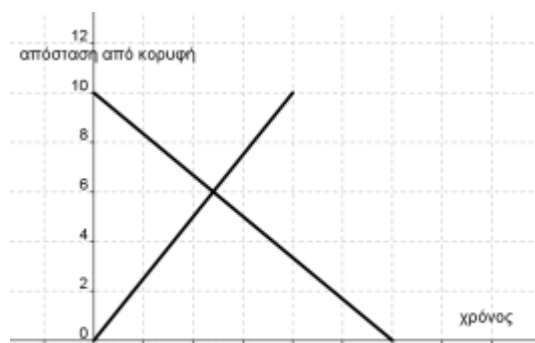
§3.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 128
- Στην τάξη να γίνουν οι ασκήσεις 3, 4 σ. 132.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1^η:

Η Μαρία ξεκινάει το πρωί από τη βάση της κατασκήνωσης, για να ανέβει στην κορυφή του Ολύμπου, η οποία απέχει 10 χιλιόμετρα. Η Έλενα ξεκινάει την ίδια ώρα από την κορυφή, για να επιστρέψει στην



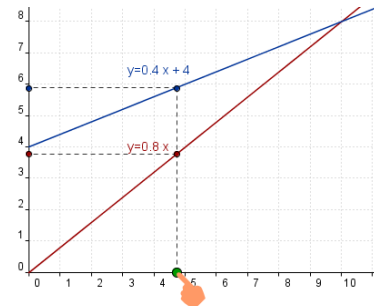
κατασκήνωση από την ίδια διαδρομή. Τα γραφήματα που περιγράφουν την απόσταση κάθε ορειβάτισσας από την κορυφή του βουνού είναι σχεδιασμένα στο σχήμα. Ποια γραμμή αντιστοιχεί στη Μαρία και ποια στην Έλενα; Τι εκφράζει το σημείο τομής των δύο γραμμών; Σε πόση ώρα θα συναντήσουν η Μαρία την Έλενα; Πώς μπορούμε να περιγράψουμε αλγεβρικά τη συνάντησή τους και να βρούμε την ώρα συνάντησης;

[Σχόλιο: Η δραστηριότητα μπορεί να αξιοποιηθεί και στην 3.1 και στην 3.3. Προσφέρει αρκετές ευκαιρίες να συζητηθούν στην τάξη η γραμμική εξίσωση, η γραφική και η αλγεβρική επίλυση, ακόμα και το πόσο τα μαθηματικά μοντέλα εκφράζουν πιστά την πραγματικότητα.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2^η:

Η άσκηση 4 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει πιο διερευνητικά με το μικροπείραμα «Γραφική επίλυση συστήματος και επιλογή πακέτου κινητής τηλεφωνίας» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την ανακάλυψη της σχέσης μεταξύ των συντεταγμένων του σημείου τομής των ευθειών που παριστάνουν οι εξισώσεις ενός γραμμικού συστήματος και της λύσης του, με τη διαδικασία επίλυσης προβλήματος με δραστηριότητες.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2052>



§3.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 133.
- Να διδαχθούν οι μέθοδοι α) β) των σελίδων 133 & 134. Προτείνεται να συζητηθούν μέσω παραδειγμάτων τα πλεονεκτήματα κάθε μεθόδου αλλά να αφεθούν ελεύθεροι οι μαθητές να επιλέγουν μέθοδο.
- Παράδειγμα 2 σ.135.
- Παράδειγμα 4 σ.136.
- Ασκήσεις 1, 2, 8, 10, 11, 13, 20, 21 σ. 137-138.

Κεφάλαιο 5^ο (Να διατεθούν 8 ώρες)

Το περιεχόμενο είναι εξολοκλήρου νέο. Η διδασκαλία του κρίνεται απαραίτητη κυρίως λόγω των εφαρμογών σε δραστηριότητες εκτός των μαθηματικών και του διαφορετικού «τρόπου σκέψης» που απαιτεί (σε σχέση με την υπόλοιπη ύλη των μαθηματικών αυτής της τάξης). Με την εξαίρεση από τη διδακτέα ύλη των πράξεων με σύνολα και του λογισμού πιθανοτήτων, ο στόχος είναι να δοθεί έμφαση στην εμπλοκή των μαθητών με απλά προβλήματα που θα αναδεικνύουν την έννοια της πιθανότητας και θα αποφεύγεται η "αλγεβροποίηση" της διδασκαλίας των πιθανοτήτων.

§5.1 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μην διδαχθεί η υποπαράγραφος «πράξεις με σύνολα», η εφαρμογή 2 σ. 163, οι ερωτήσεις κατανόησης 1ε, στ, 3, 4, 5 και οι ασκήσεις 6, 7, 8 και 9 σ. 266.

§5.2 (Να διατεθούν 2 ώρες)

Να μη διδαχθούν οι πράξεις με ενδεχόμενα και τα ασυμβίβαστα ενδεχόμενα. Να εξαιρεθούν η ερώτηση κατανόησης 8 σ. 172 και η άσκηση 6 σ. 173.

§5.3 (Να διατεθούν 4 ώρες)

Να μη διδαχθούν η υποπαράγραφος «βασικοί κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων», η εφαρμογή 2 σ. 176, οι ερωτήσεις κατανόησης 4, 5 σ. 177 και οι ασκήσεις 9, 10, 11, 12, 13 σ. 179.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1^η:

Ρίχνοντας δυο ζάρια τι πιθανότητα έχουμε να φέρουμε δυο βάρια και τι πιθανότητα να φέρουμε ένα 6 κι ένα 5; Τι είναι πιο εύκολο να φέρουμε: ζαριά με άθροισμα μεγαλύτερο από 7 ή ζαριά με γινόμενο μικρότερο από 7;

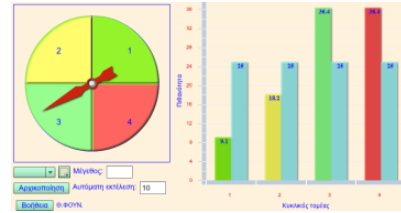
Ενδεικτική δραστηριότητα 2^η:

Έχουμε ένα ερωτηματολόγιο με 2 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, όπου σε κάθε ερώτηση υπάρχουν τέσσερις απαντήσεις, εκ των οποίων μόνο μια σωστή. Οι ερωτήσεις είναι τέτοιες, ώστε αναγκαζόμαστε να τις απαντήσουμε στην τύχη. Ποια είναι η πιθανότητα να απαντήσουμε όλες τις ερωτήσεις σωστά; Τι είναι πιθανότερο, να απαντήσουμε μία τουλάχιστον σωστά ή να τις απαντήσουμε και τις δύο λάθος;

[Σχόλιο: Τα προβλήματα είναι σχετικά δύσκολα, αλλά το οικείο πλαίσιο (ζάρι, ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής) αναμένεται να λειτουργήσει προκλητικά ώστε να εμπλακούν οι μαθητές με τη διερεύνησή τους. Προσδοκούμε να κατανοηθεί η ανάγκη συστηματικής καταγραφής των δυνατών αποτελεσμάτων, που θα οδηγήσει σε πίνακα διπλής εισόδου (στην 1) και σε δεντροδιάγραμμα (στη 2)]

Ενδεικτική δραστηριότητα 3^η:

Με το μικροπείραμα «Δραστηριότητα με περιστρεφόμενη σβούρα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές μπορούν να περιστρέψουν μια σβούρα, την οποία προηγουμένως έχουν χωρίσει σε κυκλικούς τομείς. Τα αποτελέσματα της περιστροφής παριστάνονται με ραβδόγραμμα. Παίζοντας με τη σβούρα οι μαθητές μπορούν να εξερευνήσουν την έννοια της πιθανότητας καθώς και τη σχέση μεταξύ θεωρητικής και πειραματικής πιθανότητας.



<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2009>

Β' ΜΕΡΟΣ

Κεφάλαιο 1^ο (Να διατεθούν 20 διδακτικές ώρες)

§1.1 (Να διατεθούν 8 διδακτικές ώρες)

Η ενότητα προσφέρεται για επαφή των μαθητών με πτυχές της μαθηματικής αποδεικτικής διαδικασίας (ευθεία απόδειξη, αναλυτική μέθοδος, αντιπαραδείγματα). Προτείνεται στο εισαγωγικό κομμάτι της ενότητας, πριν από την έννοια της ισότητας των τριγώνων, να γίνει επανάληψη των απαραίτητων γνώσεων που θα χρειαστούν (π.χ. οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες, οι παρά τη βάση γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες κτλ.)

Επίσης προτείνεται, όπου είναι δυνατόν να χρησιμοποιείται η συμμετρία ως προς άξονα ή κέντρο, ως επιχειρήμα αιτιολόγησης ισότητας ευθυγράμμων τμημάτων και γωνιών (βλέπε ενδεικτική δραστηριότητα 1).

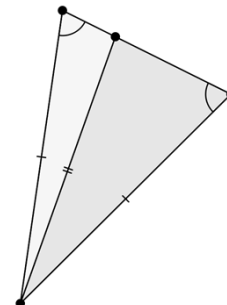
Συνιστάται κατά την διδασκαλία του κεφαλαίου, συμπληρωματικά, να χρησιμοποιείται ρυζόχαρτο για την επαλήθευση της ισότητας σχημάτων.

Μετά την υπενθύμιση όρων και αποτελεσμάτων των σελίδων 186-187 να επισημανθεί στην εισαγωγή της έννοιας της ισότητας τριγώνων ότι κατ' αρχάς απαιτείται ισότητα 6 στοιχείων τα οποία μειώνονται χάρη στα κριτήρια και στην ιδιότητα που αφορά το άθροισμα γωνιών τριγώνου.

Επίσης προτείνεται να γίνουν κατασκευές τριγώνων από 3 στοιχεία και να γίνει επαλήθευση της σύμπτωσης ως ένδειξη ισχύος των κριτηρίων. Μέσα από αυτή τη συζήτηση (και κατάλληλο αντιπαραδείγμα) μπορεί να αναδειχθεί ότι η διάταξη ισότητας στοιχείων Π-Π-Γ δεν αποτελεί κριτήριο ισότητας τριγώνων.

Να τονιστεί στην τάξη με κατάλληλο παράδειγμα.

Ως διερευνητική εργασία μπορεί να ζητηθεί από τους μαθητές να ελεγχθεί αν το Γ-Γ-Π μπορεί να δικαιολογήσει ισότητα δύο τριγώνων.



ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Εφαρμογές 1-4 σ. 191-192
- Ερωτήσεις κατανόησης σ. 194
- Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 5, 9, 11 σ. 194-195

Ενδεικτική δραστηριότητα 1^η:

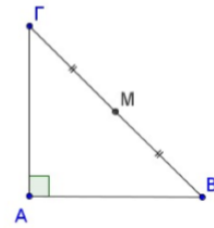
Η AM είναι διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου ABΓ.

α) Να σχεδιάσετε το συμμετρικό τρίγωνο του ABΓ ως προς κέντρο M.

β) Τι είδους τετράπλευρο προκύπτει και γιατί;

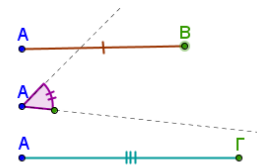
γ) Να εξετάσετε αν η διάμεσος AM είναι το μισό της υποτείνουσας BΓ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

[Σχόλιο: Η παραπάνω δραστηριότητα έχει ως στόχο να αναδειχθεί η σημασία ενός γεωμετρικού μετασχηματισμού (κεντρική συμμετρία) στην ανακάλυψη και αιτιολόγηση μιας ιδιότητας του ορθογωνίου τριγώνου (ιδιότητα της διαμέσου προς την υποτείνουσα) χρησιμοποιείται το πρόβλημα]



Ενδεικτική δραστηριότητα 2^η:

Το μικροπείραμα «Κατασκευή τριγώνου-1ο κριτήριο ισότητας» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά για την κατασκευή τριγώνου με το 1ο κριτήριο ισότητας. <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2160>



§§1.2 και 1.3 (Να διατεθούν 6 διδακτικές ώρες)

Θα διδαχθεί το θεώρημα του Θαλή για να φανεί η δυνατότητα μεταφοράς λόγων μέσω παραλλήλων ευθειών και να προετοιμαστεί διδακτικά η ομοιότητα.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

§1.2

- Δραστηριότητα σ. 198
- Παραδείγματα 1, 2, 3, 4 σ. 202-203.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 3, 4, 5, 7 σ. 203-204
- Ασκήσεις 5, 6 σ. 205.

§1.3

- Δραστηριότητα της σ. 206 με σκοπό να διατυπωθεί το συμπέρασμα.
- Παράδειγμα 1 της σ. 207
- Ερώτηση κατανόησης 1 σ 208.

§1.5A (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Δεν θα γίνει αναφορά στην ομοιοθεσία. Η έννοια της ομοιότητας θα οριστεί με βάση τον κανόνα : «Γενικά. Αν δύο πολύγωνα...» που υπάρχει στο τέλος της σελίδας 215 και θα επέχει θέση ορισμού.

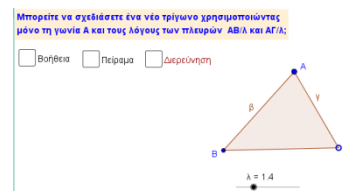
ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Παραδείγματα 1, 2 σ. 216-217
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 3, 4 σ. 217-218
- Ασκήσεις 1, 2, 5, 6 σ. 218-219.
- Σημειώνεται ότι η επίλυση της άσκησης 5 μπορεί να στηριχθεί στην εφαρμογή 1 σ. 207.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Με το μικροπείραμα «Κριτήριο ομοιότητας 3» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν όμοια τρίγωνα δοσμένου τριγώνου, με συγκεκριμένο λόγο ομοιότητας.

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5476>



§1.5B. (Να διατεθούν 4 ώρες)

Το κριτήριο ομοιότητας της (από ισότητα γωνιών) της σ. 220 θα δοθεί χωρίς αιτιολόγηση.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

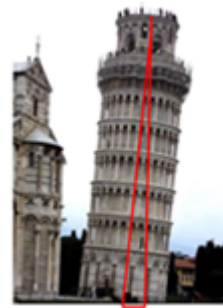
- Παραδείγματα 1, 2 σ. 220-221
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 3, 4 σ. 221-222

- Ασκήσεις 1, 2, 4, 6, 8 σ. 222–224

Ενδεικτική δραστηριότητα 1^η:

Ένα ζωγράφος δοκιμάζει να ζωγραφίσει τον κεκλιμένο πύργο της Πίζας. Το ύψος του πύργου είναι 60 m και το ύψος που έχει τώρα, λόγω της απόκλισης από την κατακόρυφη, είναι 59,8m. Στο σχέδιό του το ύψος του πύργου θέλει να είναι 30 cm. Αν εσύ ήσουν ο ζωγράφος πόσο θα σχεδιάζες το κατακόρυφο ύψος; Πώς θα ήσουν σίγουρος ότι με αυτές τις διαστάσεις ο πύργος της ζωγραφιάς θα γέρνει όπως ο πύργος της Πίζας;

[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν το λόγο ομοιότητας σχημάτων]



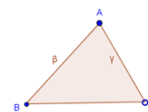
Ενδεικτική δραστηριότητα 2^η:

Το μικροπείραμα «Κριτήριο ομοιότητας 3» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, για την εισαγωγή στα κριτήρια ομοιότητας και την κατασκευή γεωμετρικών αντικειμένων στο Geogebra

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5474>

Βοήθεια Πείραμα Διερεύνηση

Μπορείτε να μετακινήτε το ΑΒΓ από την κορυφή Α και να το περιστρέψετε από την κορυφή Γ. Προσπαθήστε να μετακινήσετε το τρίγωνο ΑΒΓ ή το συμμετρικό του ως προς μια πλευρά του (κατοπτρισμός) ώστε να ταυτιστούν οι γωνίες Α και Δ. Εξετάστε αν οι τρίτες πλευρές είναι παράλληλες.



κατοπτρισμός του ΑΒΓ

Κεφάλαιο 2^ο (Να διατεθούν 13 διδακτικές ώρες)

§2.1 (Να διατεθούν 5 διδακτικές ώρες)

Ως σύνδεση με την τριγωνομετρία της προηγούμενης τάξης, οι μαθητές υπολογίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 30°, 45° και 60°.

Επίσης, θεωρείται χρήσιμη η σύνδεση της τριγωνομετρίας με την ομοιότητα τριγώνων. Η διατήρηση του λόγου δύο πλευρών σε ένα τρίγωνο διατηρείται όταν μεταβαίνουμε σε ένα όμοιο του τρίγωνο. Αυτό μπορεί να αξιοποιηθεί για να αναδείξει ότι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί κατά κάποιον τρόπο «μετρούν» μία γωνία.

Οι μαθητές επεκτείνουν τους ορισμούς των τριγωνομετρικών γωνιών σε αμβλείες γωνίες. Για την περίπτωση της εφαπτομένης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προηγούμενη γνώση της κλίσης της ευθείας της μορφής $y = ax$, όταν αυτή σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα x' .

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Κατά την κρίση του διδάσκοντα μπορεί πλέον (με χρήση ομοιότητας) να τεκμηριωθεί ότι το ημίτονο (αλλά και οι υπόλοιποι τριγωνομετρικοί αριθμοί) μιας οξείας γωνίας παραμένει το ίδιο ανεξάρτητα από το επιλεγόμενο ορθογώνιο τρίγωνο στο οποίο θα υπολογιστεί και εξαρτάται μόνο από την γωνία.
- Για τον πίνακα της σ. 234 συνιστάται να γίνει υπολογισμός των τριγωνομετρικών αριθμών με την βοήθεια του Πυθαγορείου θεωρήματος με χρήση ορθογωνίου ισοσκελούς και ισοπλευρού τριγώνου.
- Εφαρμογή 1 σ. 234.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 4 σ. 234-235.
- Ασκήσεις 3, 4, 7 σ. 235-236.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Δίνεται στους μαθητές ένα μη-ορθογώνιο τρίγωνο και ζητούνται να υπολογιστούν τα στοιχεία του. Από την περίπτωση του ορθογωνίου τριγώνου, αναδεικνύεται η ανάγκη επέκτασης των τριγωνομετρικών αριθμών σε αμβλείες γωνίες.

§2.2 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 237
- Παράδειγμα 1 σ. 238
- Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 239

- Ασκήσεις 1, 5 α) β) γ) (όπου να τονιστεί ότι αναζητούμε γωνία μεταξύ 0 και 180 μοιρών), 6, 8 σ. 239.

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Το μικροπείραμα «Τριγωνομετρικοί αριθμοί παραπληρωματικών γωνιών» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, για τη σχέση τριγωνομετρικών αριθμών παραπληρωματικών γωνιών

<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2105>



§2.3 (Να διατεθούν 2 διδακτικές ώρες)

Ένας από τους στόχους είναι οι μαθητές να χρησιμοποιούν τις βασικές ταυτότητες για την απόδειξη απλών τριγωνομετρικών ταυτοτήτων. Έτσι, προτείνουμε να εξαιρεθούν από την διδασκαλία οι ασκήσεις 5, 7, 8, 9 και 10 γιατί είναι εκτός στόχων του αναλυτικού προγράμματος και δεν είναι σε θέση να τις διαπραγματευτούν μόνοι τους οι περισσότεροι μαθητές.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 240
- Παραδείγματα 1, 2 σ. 241
- Ασκήσεις 1, 2, 4 σ. 242

§2.4 (Να διατεθούν 3 διδακτικές ώρες)

Η παράγραφος αυτή αποτελεί επιστέγασμα προηγούμενων γνώσεων και δεξιοτήτων (αναλογίες, Πυθαγόρειο Θεώρημα, τριγωνομετρία, αλγεβρικός λογισμός) τις οποίες ενοποιεί επεκτείνοντας προς σημαντικά αποτελέσματα τα οποία βρίσκουν άμεσες και ενδιαφέρουσες πρακτικές εφαρμογές. Καταδεικνύουν έτσι την αξία των Μαθηματικών.

Η συζήτηση των αποδείξεων των νόμων ημιτόνων – συνημιτόνων μπορεί να υποστηρίξει τους παραπάνω μορφωτικούς στόχους αλλά προτείνεται η οι αποδείξεις να μην αποτελέσουν αντικείμενο γραπτής ή προφορικής εξέτασης, λόγω αυξημένων τεχνικών/αλγοριθμικών απαιτήσεων. Για τον ίδιο λόγο δεν επιλέγονται ασκήσεις με υπολογιστική δυσκολία που να υπερβαίνει τις προτεινόμενες παρακάτω.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΝΤΑΙ:

- Δραστηριότητα σ. 244. Αντί αυτής μπορεί να χρησιμοποιηθεί συγκεκριμένο τρίγωνο του οποίου να μετρηθούν πλευρές – γωνίες, να βρεθούν τα ημίτονα τους και να επαληθευθεί η ισότητα $\frac{\alpha}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma}$. Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί το λογισμικό Geogebra.
- Παραδείγματα 1, 2 σ. 264 & 4 σ. 247.
- Ασκήσεις 1 α), 2 α), 5, 6, 8 (να διδαχθεί στην τάξη) σ. 249–250.